

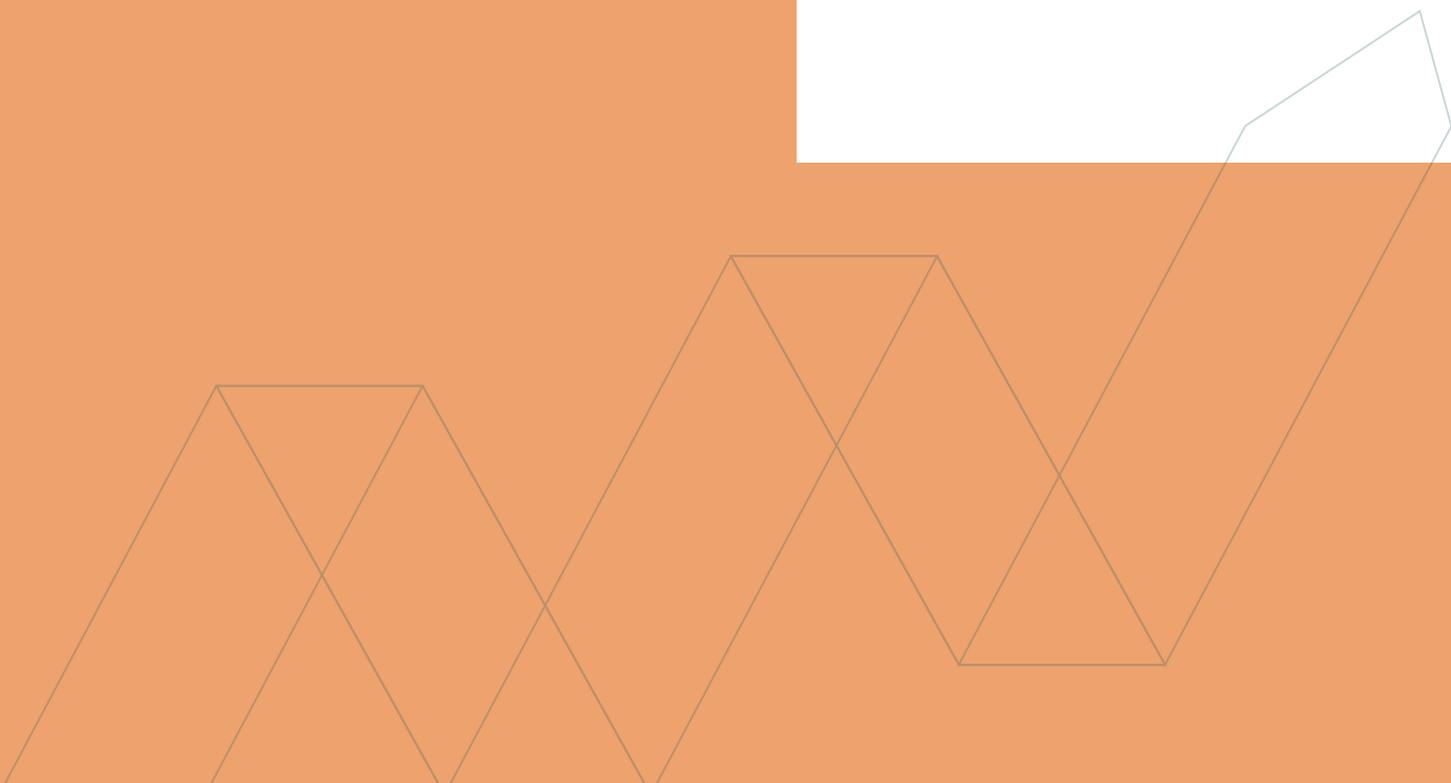


NSTEP 수능특강



미적분

수열의 극한
미분법
적분법





141

☆☆☆☆☆

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^n - 1}{2^n + 1} - \frac{2^{n+1} - 1}{2^{n+1} + 1} \right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

142

☆☆☆☆☆

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{n}{n+1} \right) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n + 1}{(2n+1)a_n + 1}$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

143

☆☆☆☆☆

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{a_n} = 3$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^4}{a_n(6a_n+2)}$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

144

☆☆☆☆☆

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an-1}{3n} = 3$, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{1 + \frac{2a}{n}} - 1 \right) = b$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

145

★★★★☆

첫째항이 1이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^{n+2} + 3}{4^n \times a_n} \text{의 값은?}$$

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

146

★★★★☆

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{3n-2} + a^{-3n+1}}{a^{3n+1} + a^{-3n-2}} = \frac{1}{8}$ 이 되도록 하는 모든 양수 a 의

값의 합은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

147

☆☆☆☆☆

자연수 n 에 대하여 9×6^n 의 약수의 개수를 a_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

148

☆☆☆☆☆

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 3) = 5$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n S_n - 3na_n)$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

149

★★★★☆

등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = -1, \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{9}{10}$$

일 때, a_1 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

150

★★★★☆

서로 다른 세 수 $3a+1$, $a+1$, 1 이 이 순서대로 공비가 r 인 등비수열을 이룰 때, $\sum_{n=1}^{\infty} ar^n(1-r^n)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

151

★★★★☆

좌표평면에 상수 α 와 자연수 n 에 대하여 두 점

$$P(n, n^\alpha), Q(0, -n^\alpha)$$

이 있다. 점 P에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. x 축 위의 점 R이 $\angle HRP = \angle HQP$ 를 만족시킬 때, 점 R의 x 좌표 중 양수인 것을 $f(n)$ 이라 하자. 양수 k 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^3} = k$ 일 때, $k + \alpha$ 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

152

★★★★☆

수열 $\{a_n\}$ 과 모든 항이 양수인 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을

만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{nb_n}$ 의 값은?

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_n)^2 + 9n^2(b_n)^2 - n^2 < 6na_n b_n + 2n + 1$$

이다.

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 3n + 1}{n^2 + b_n} = 3$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

153

★★★★☆

자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 원점 O 와 두 점 $A_n(-2n, 0)$, $B_n(4n+1, 3n-2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OA_nB_n 의 넓이를 S_n 이라 하고, 삼각형 OA_nB_n 의 외접원의 반지름의 길이를 R_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5S_n}{2n \times R_n}$ 의 값은?

- ① $\frac{2\sqrt{2}}{5}$
- ② $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
- ③ $\frac{3\sqrt{3}}{5}$
- ④ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

154

★★★★☆

그림과 같이 자연수 n 에 대하여 두 곡선

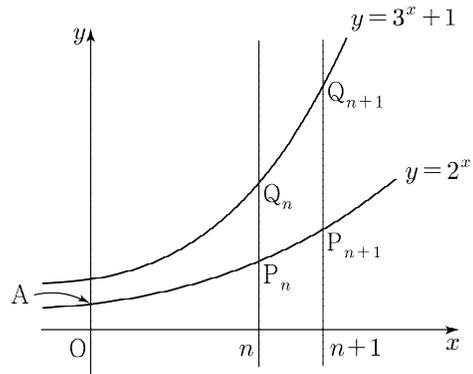
$$y = 2^x, y = 3^x + 1$$

이 직선 $x = n$ 과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하고,

곡선 $y = 2^x$ 이 y 축과 만나는 점을 A 라 하자.

사각형 $P_nP_{n+1}Q_{n+1}Q_n$ 의 넓이를 S_n , 삼각형 AP_nQ_n 의

넓이를 T_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \times S_n}{T_{n+1}}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{3}$

155

★★★★☆

첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 두 상수 p, q 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + n}{a_n - 2n} = 4, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} + \frac{pn-4}{n+2} \right) = q$$

일 때, $p \times q$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

156

★★★★☆

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \frac{a_{2n+1}}{a_{2n-1}} = -\frac{1}{2}$$

(나) $a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}$ 은 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 10$ 일 때, a_1 의 값을 구하시오.

157

★★★★☆

그림과 같이 좌표평면 위의 점 O 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 직선 위에 x 좌표가 양수인 점 A_1 을 $\overline{OA_1}=1$ 이 되도록 잡는다.

점 O 를 중심으로 하고 선분 OA_1 을 반지름으로 하는 원이 x 축과 만나는 점 중 점 A_1 에 가까운 점을 O_1 이라 하자.

점 O_1 을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 직선과 원점을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는

각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 인 직선이 만나는 점을 A_2 라 하자.

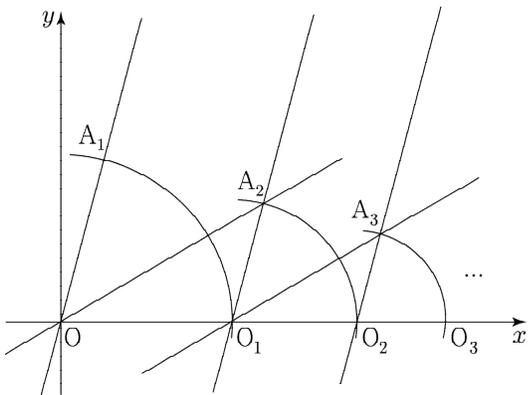
점 O_1 을 중심으로 하고 선분 O_1A_2 를 반지름으로 하는 원이 x 축과 만나는 점 중 A_2 에 가까운 점을 O_2 라 하자.

점 O_2 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 직선이 점 O_1 을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는

각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 인 직선과 만나는 점을 A_3 이라 하자.

점 O_2 를 중심으로 하고 선분 O_2A_3 를 반지름으로 하는 원이 x 축과 만나는 점 중 A_3 에 가까운 점을 O_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 점 O_n 의 좌표를 $(x_n, 0)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)



- ① $\sqrt{2}$ ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{2}$

158

★★★★☆

자연수 n 에 대하여 직선 $y=2x$ 위의 점 $A_n(x_n, 2x_n)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B_n 이라 하자. 선분 OA_n 위에 점 A_{n+1} 을 $\angle OB_n A_{n+1} = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고 점 A_{n+1} 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B_{n+1} 이라 하자. $x_1 = 6$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ 의 값은? (단, $x_n > 0$ 이고 O 는 원점이다.)

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

159

★★★★☆

그림과 같이 상수 $a (a > 1)$ 과 자연수 n 에 대하여 두 곡선

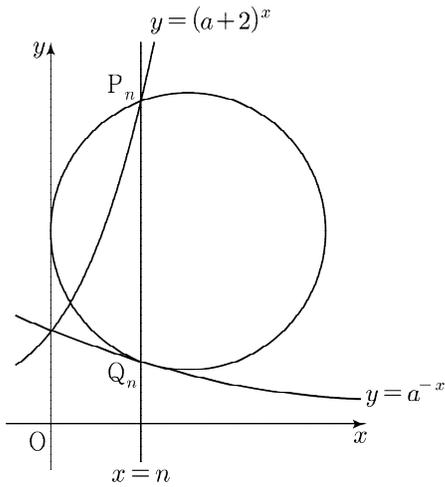
$$y = (a+2)^x, y = a^{-x}$$

이 직선 $x = n$ 과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자.

두 점 P_n, Q_n 을 모두 지나고 y 축에 접하는 원의 반지름의

길이를 r_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ n(2r_n - n) \times \frac{4^n}{7^{2n} + 5^{2n}} \right\} = \frac{1}{4}$ 일

때, a 의 값은?



- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

160

★★★★☆

두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_2 \times a_n \quad (a_2 \neq 0), \quad b_n = \sum_{k=1}^{\infty} a_{n+k}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} b_n = c$ 일 때, 상수 c 의 값을 구하시오.

161

★★★★☆

등비수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = 0$$

$$(나) \text{정수 } k \text{ 에 대하여 } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4a_n}{b_n} = k \text{ 이다.}$$

k 의 최댓값을 M 이라 하자. $k = M$ 이고 $a_1 + b_1 = -4$ 일 때, $|a_1 \times b_1|$ 의 값을 구하시오.

MEMO



162

☆☆☆☆☆

함수 $f(x) = (x^2 + 4) \times \sin \frac{\pi x}{2}$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

- ① -2π ② -3π ③ -4π ④ -5π ⑤ -6π

163

☆☆☆☆☆

함수 $f(x) = kx + 4 \cos x$ 가 극값을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

164

☆☆☆☆☆

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \cos^2 x + \cos^3 x}{x^4}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

165

☆☆☆☆☆

두 상수 a, b 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1) \ln(a + 2x)}{1 - \cos x} = b$$

일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

166

★★★★☆

열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sec x + \tan x$ 가

있다. 상수 a ($0 < a < \frac{\pi}{2}$)에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 2$ 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

167

★★★★☆

두 상수 a, b 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin^3\left(\frac{\pi}{3} + ah\right) - b}{h} = 9$$

일 때, $a \times b$ 의 값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

168

★★★★☆

함수 $f(x) = x \sin \{ \pi(e^x - 1) \}$ 에 대하여 $f'(\ln 2)$ 의 값은?

- ① $-2\pi \ln 2$ ② $-\pi \ln 2$ ③ $\pi \ln 2$
④ $2\pi \ln 2$ ⑤ $3\pi \ln 2$

169

★★★★☆

함수 $f(x) = e^x - \frac{4}{e^x}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

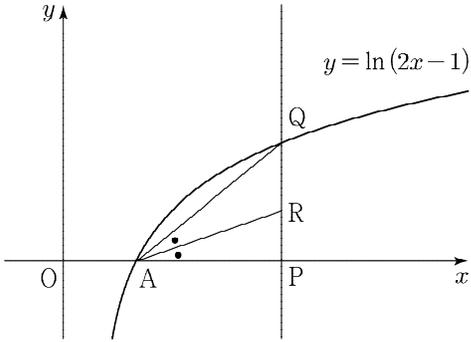
$g'(a) = \frac{1}{4}$ 이다. 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

170

★★★★☆

그림과 같이 실수 $t (t > 1)$ 에 대하여 점 $P(t, 0)$ 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 곡선 $y = \ln(2x-1)$ 과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 $A(1, 0)$ 에 대하여 $\angle QAP$ 의 이등분선이 선분 PQ 와 만나는 점을 R 이라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{\overline{QR}}{\overline{PR}}$ 의 값은?

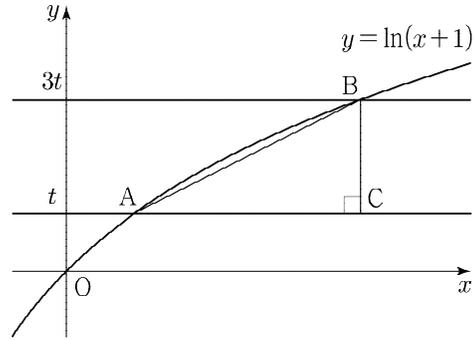


- ① $\sqrt{3}$
- ② 2
- ③ $\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{6}$
- ⑤ $\sqrt{7}$

171

★★★★☆

그림과 같이 곡선 $y = \ln(x+1)$ 과 두 직선 $y = t$, $y = 3t (t > 0)$ 의 교점을 각각 A, B 라 하고, 점 B 에서 직선 $y = t$ 에 내린 수선의 발을 C 라 하자. 삼각형 ABC 의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^2}$ 의 값을 구하시오.



172

★★★★☆

점 $P(a, -2)$ 에서 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 그은 두 접선을 각각 l_1, l_2 라 하자. 두 직선 l_1, l_2 가 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{11}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$

173

★★★★☆

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$(\tan x - \sin x)^2 f(x) = (a - 2\cos x)^3$$

을 만족시킬 때, $a \times f(0)$ 의 값을 구하시오.
(단, a 는 상수이다.)

174

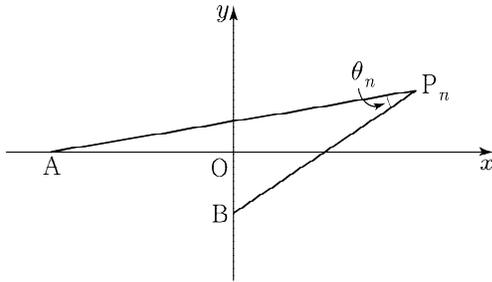
★★★★☆

그림과 같이 좌표평면 위에 두 점

$$A(-3, 0), B(0, -1)$$

이 있다. 자연수 n 에 대하여 점 P_n 을 $P_n(n, 1)$ 이라 하고,

$\angle AP_nB = \theta_n$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \left(\tan \theta_n - \frac{1}{n+1} \right)$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

175

★★★★☆

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 을 만족시킨다. 함수

$$g(x) = e^{x^k} \sqrt{f(x)}$$

에 대하여 $2g'(1)f(1) = 12g(1)f(1) + f'(1)g(1)$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

176

★★★★☆

두 실수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 두 점 $A(a, 2a), B(b, 2b)$ 가 모두 곡선 $C: e^y - 5e^x + 6 = 0$ 위에 있다. 곡선 C 위의 두 점 A, B 에서의 접선이 이루는 예각을 θ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{31}$ ② $\frac{6}{31}$ ③ $\frac{7}{31}$ ④ $\frac{8}{31}$ ⑤ $\frac{9}{31}$

177

★★★★☆

좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t (0 < t < \pi)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \sin t + \cos t, \quad y = 2\cos t - \sin t$$

이다. 시각 $t = a$ 에서 점 P 가 y 축 위에 있을 때, 시각 $t = a$ 에서의 점 P 의 속력은? (단, $0 < a < \pi$)

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{11}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

178

★★★★☆

양수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = |x^2 - 3a^2|e^{\frac{x}{a}}$$

의 모든 극댓값의 곱이 $\frac{3}{4}$ 일 때, a 의 값은?(단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$)

- ① $\frac{\sqrt{e}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{e}}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{e}}{4}$ ④ \sqrt{e} ⑤ $\frac{5\sqrt{e}}{4}$

179

★★★★☆

모든 양의 실수 x 에 대하여 부등식

$$\frac{\ln ax}{x} \leq k \leq \frac{e^x}{x}$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 값이 하나뿐일 때, 양수 a 의 값은?

- ① \sqrt{e} ② e ③ $e\sqrt{e}$ ④ e^2 ⑤ $e^2\sqrt{e}$

180

★★★★☆

원점에서 곡선 $y = e^{ax^2}$ ($a > 0$)에 그은 두 접선의 기울기의 곱이 -4 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ $\frac{3}{e}$ ④ $\frac{4}{e}$ ⑤ $\frac{5}{e}$

181

★★★★☆

양의 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[-t, t]$ 에서 함수

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-6x+10}$$

의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. $g(1)+g(5)$ 의 값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

182

★★★★☆

좌표평면 위의 세 점

$$A(k, 5k^2), B(2k, 8k^2), C(4k, 8k^2)$$

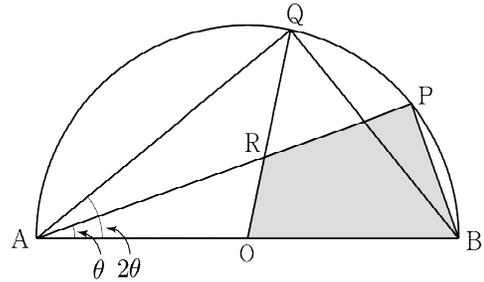
에 대하여 $\tan(\angle BAC)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 양수 k 의 값을 a 라 하고, 이때 $\tan(\angle BAC)$ 의 값을 M 이라 하자. $30 \times a \times M$ 의 값을 구하시오.

183

★★★★☆

그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QAB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OQ와 선분 AP가 만나는 점을 R이라 하고 사각형 OBPR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta} = \alpha$ 일 때, 3α 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)



184

★★★★☆

$x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi x}{a}$ ($a > 0$)이 있다.

함수

$$g(x) = f(x) - xf'(x)$$

가 극대가 되도록 하는 실수 x 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 하자.

$(a_2)^2 = a_1 + a_3$ 일 때, $f'(2)$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}\pi$ ② -2π ③ $-\frac{3}{2}\pi$ ④ $-\pi$ ⑤ $-\frac{\pi}{2}$

185

★★★★☆

실수 a ($a > e$)에 대하여 구간 $[1, \infty)$ 에서 정의된 함수

$f(x) = axe^{-x}$ 이 있다. 함수 $f(x)$ 와 $f(x)$ 의 역함수

$g(x)$ 에 대하여 함수 $f'(g(x))$ 가 열린구간 $(0, 1)$ 에서

감소할 때, a 의 최솟값은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$)

- ① $\frac{4e^2}{5}$ ② $\frac{7e^2}{10}$ ③ $\frac{3e^2}{5}$ ④ $\frac{e^2}{2}$ ⑤ $\frac{2e^2}{5}$

186

★★★★☆

$0 < t < \pi$ 인 실수 t 에 대하여 열린구간 $(0, 1)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \cos \pi x + tx$$

가 $x = \alpha$, $x = \beta$ ($\alpha < \beta$)에서 극값을 갖는다. 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = \beta - \alpha$$

라 할 때, $g'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{2\sqrt{3}}{3\pi^2}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{\pi^2}$ ③ $-\frac{4\sqrt{3}}{3\pi^2}$
 ④ $-\frac{5\sqrt{3}}{3\pi^2}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{\pi^2}$

187

★★★★☆

양의 실수 t 에 대하여 열린구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$f(x) = e^{tx} \cos x$ 가 있다. 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$ ② $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}e^{\frac{\pi}{4}}$ ③ $\frac{\sqrt{2}\pi}{6}e^{\frac{\pi}{4}}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}\pi}{8}e^{\frac{\pi}{4}}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}\pi}{10}e^{\frac{\pi}{4}}$

188

★★★★☆

양의 실수 a 와 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \frac{a}{n}(e^x - e^{-x})$$

이다. 함수 $|f(x) - 2nx|$ 가 $x = t$ 에서 미분가능하지 않은 실수 t 의 개수를 $g(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=1}^8 g(n) = 11$ 이 되도록 하는 a 의 값을 구하시오.

189

★★★★☆

두 상수 $a, b (b > 0)$ 에 대하여 함수

$$f(x) = (x+a)e^{bx}$$

이 있다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$$

의 실근 중 가장 작은 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 감소하는 실수 t 의 값의 범위가 $-10 \leq t < -6$ 일 때, $a \times b$ 의 값은? (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$)

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{5}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

190

★★★★★

$f(0)=f(1)=4$ 이고 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=|f(x)|+2$ 라 하자. 함수

$$h(x)=g(x)\sin\frac{\pi}{g(x)}$$

가 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

x 에 대한 방정식 $h(x)=n$ 의 실근이 존재하면
 x 에 대한 방정식 $h(x)=n$ 의 서로 다른 실근의 개수는 n 이다.

191

★★★★★

양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax & (x \leq 0) \\ \frac{2x}{x^2+1} & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 양수 k 와 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x)=f(t)+k$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $k \times f(-4)$ 의 값을 구하시오.

- (가) 함수 $g(t)$ 가 $t=\alpha$ 에서 불연속인 실수 α 의 개수는 3이다.
 (나) $\left| \lim_{t \rightarrow p^+} g(t) - \lim_{t \rightarrow p^-} g(t) \right| = 2$ 인 모든 실수 p 의 값의 합은 -3 이다.

MEMO



192

☆☆☆☆☆

함수 $f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 3$ 에서 곡선

$y = f(x)$ 의 길이는?

- ① 4 ② $\frac{14}{3}$ ③ $\frac{16}{3}$ ④ 6 ⑤ $\frac{20}{3}$

193

☆☆☆☆☆

$\int_{\frac{1}{2}}^1 x^{-3} e^{\frac{1}{x}} dx$ 의 값은?

- ① 1 ② e ③ e^2 ④ e^3 ⑤ e^4

194

★★★★☆

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{24}{9x^2 - \pi^2} \int_{\frac{\pi}{3}}^x \frac{\cos t}{\cos t + 1} dt$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3\pi}$ ② $\frac{1}{\pi}$ ③ $\frac{4}{3\pi}$ ④ $\frac{5}{3\pi}$ ⑤ $\frac{2}{\pi}$

195

★★★★☆

$\int_1^2 \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx$ 의 값은?

- ① $5\ln 2 - 4\ln 3$ ② $5\ln 2 - 3\ln 3$ ③ $5\ln 2 - 2\ln 3$
④ $6\ln 2 - 3\ln 3$ ⑤ $6\ln 2 - 2\ln 3$

196

★★★★☆

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{e^{\sqrt{\frac{k}{n}}}}{n}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

197

★★★★☆

곡선 $y = e^{2x} - 3e^x + 2$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{3}{2} - 2\ln 2$ ② $\frac{3}{2} - \ln 2$ ③ $\frac{5}{2} - 2\ln 2$
 ④ $\frac{5}{2} - \ln 2$ ⑤ $\frac{7}{2} - \ln 2$

198

★★★★☆

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = e^t + e^{-t}, y = 2t + 1$$

일 때, 시간 $t = \ln 3$ 에서 $t = \ln 6$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

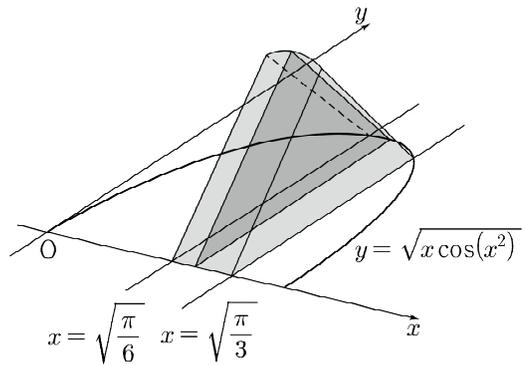
- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{17}{6}$ ④ 3 ⑤ $\frac{19}{6}$

199

★★★★☆

그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x \cos(x^2)}$ ($0 \leq x \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}}$)와

x 축 및 두 직선 $x = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$, $x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피는?



- ① $\frac{2 - \sqrt{3}}{16}$ ② $\frac{3 - \sqrt{3}}{16}$ ③ $\frac{4 - \sqrt{3}}{16}$
 ④ $\frac{5 - \sqrt{3}}{16}$ ⑤ $\frac{6 - \sqrt{3}}{16}$

200

★★★★☆

다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여

$\int_0^3 f(x)dx$ 의 최솟값은?

(가) 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$\left\{f(x) - \frac{10x}{x^2 + 1}\right\} \times \{f(x) + x - 6\} = 0$$

이다.

- ① $\frac{7}{2} + 10\ln 2$ ② $4 + 10\ln 2$ ③ $\frac{9}{2} + 10\ln 2$
 ④ $5 + 10\ln 2$ ⑤ $\frac{11}{2} + 10\ln 2$

201

★★★★☆

양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x - e)f(x) = \int_1^x (t - k) \ln t dt$$

를 만족시킨다. $f(e)$ 의 값은?

- ① $\frac{4e - 1 - e^2}{4}$ ② $\frac{3e - 1 - e^2}{4}$ ③ $\frac{2e - 1 - e^2}{4}$
 ④ $\frac{3e - 1 - 2e^2}{4}$ ⑤ $\frac{4e - 1 - 2e^2}{4}$

202

★★★★☆

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \{4 \sin^3 x \cos x \ln(1 + \cos x)\} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

203

★★★★☆

상수 a ($a < 0$)에 대하여 두 함수

$$f(x) = \ln(|x| + 1) + a, \quad g(x) = \frac{1}{3}|x|$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때, 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{8}{3} - 2\ln 3$ ② $\frac{8}{3} - \ln 3$ ③ $\frac{10}{3} - 2\ln 3$
④ $\frac{10}{3} - \ln 3$ ⑤ $4 - 2\ln 3$

204

★★★★☆

곡선 $y = \frac{\ln x}{x}$ 위에 두 점 P, Q를 직선 PQ가 원점 O를 지나도록 잡는다. 곡선 $y = \frac{\ln x}{x}$ 와 선분 OP 및 x 축으로 둘러싸인 영역을 A라 하고, 곡선 $y = \frac{\ln x}{x}$ 와 선분 PQ로 둘러싸인 영역을 B라 하자.

(A의 넓이)=(B의 넓이)

일 때, 점 Q의 y 좌표는? (단, 점 Q의 x 좌표는 점 P의 x 좌표보다 크다.)

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e^2}$ ③ $\frac{3}{e^3}$ ④ $\frac{4}{e^4}$ ⑤ $\frac{5}{e^5}$

205

★★★★☆

실수 t 에 대하여 곡선 $y = e^x$ 위의 점 (t, e^t) 에서의 접선의 방정식을 $y = f(x)$ 라 하자.

$$\left\{ \int_{-1}^1 |f(x)| dx \right\}^2 \neq \left\{ \int_{-1}^1 f(x) dx \right\}^2$$

인 모든 t 의 값의 범위가 $\alpha < t < \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값을 구하시오.

206

★★★★☆

함수 $f(x) = axe^{-x}$ ($a > 0$)에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점에서의 접선을 l 이라 하자. y 축과 직선 l 및 곡선 $y = f(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 $3 + e$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{e^2}{3-e}$ ② $\frac{e^2}{4-e}$ ③ $\frac{e^2}{5-e}$
- ④ $\frac{e^3}{3-e}$ ⑤ $\frac{e^3}{4-e}$

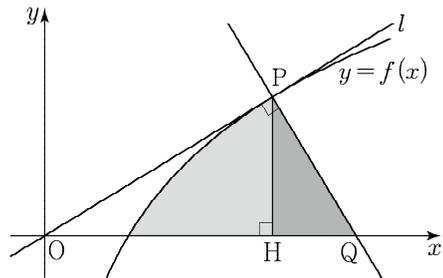
207

★★★★☆

원점에서 함수 $f(x) = k \ln x$ 의 그래프에 그은 접선 l 의 접점을 P라 하자. 점 P를 지나고 직선 l 과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q, 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

곡선 $y = f(x)$ 와 선분 PH, x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 삼각형 PHQ의 넓이가 같을 때, 양수 k 의 값은?

- ① \sqrt{e} ② $\sqrt{2e}$ ③ $\sqrt{3e}$ ④ $2\sqrt{e}$ ⑤ $\sqrt{5e}$



208

★★★★☆

두 상수 a, b ($1 < b < 2$)에 대하여 두 함수

$$f(x) = ax^2 - 2ax, \quad g(x) = \sin b\pi x + 2$$

의 그래프가 오직 한 점 $P(1, f(1))$ 에서만 만날 때, 두 곡선 $y = f(x)$ 및 $y = g(x)$ 와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{4}{3} + \frac{2}{3\pi}$ ② $2 + \frac{2}{3\pi}$ ③ $\frac{8}{3} + \frac{2}{3\pi}$
 ④ $\frac{4}{3} + \frac{4}{3\pi}$ ⑤ $2 + \frac{4}{3\pi}$

209

★★★★★

함수 $f(x) = a(x^3 - x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_{-1}^x \frac{tf(t)}{1+2^{f(t)}} dt$$

의 극솟값이 -2 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

210



실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $\int_{-5}^5 \{g(e^x)\}^2 dx$ 의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)f(-x)=1$ 이다.

(나) $f(2)=e^5$, $\int_0^2 x \ln \{f(x)\} dx = 7$

MEMO