

제 2 교시

수학 영역(A형)

홀수형

5지선다형

1. $25^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

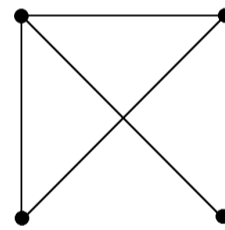
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A + 2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{(n-3)(2n-5)}{n^2-9}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{7}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수를 a , 0의 개수를 b 라 하자. 이 때, $a-b$ 의 값은? [3점]



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_7 - a_2 = 40$, $a_5 + a_3 = 56$ 일 때,

$\sum_{n=1}^5 \frac{16}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{11}$ ② $\frac{3}{11}$ ③ $\frac{4}{11}$ ④ $\frac{5}{11}$ ⑤ $\frac{6}{11}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 3) = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n}{1 - a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

7. 다항식 $(2x - \frac{1}{x^2})^9$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① $3^2 \times 2^9$ ② $3^3 \times 2^9$ ③ $3^2 \times 2^{10}$
 ④ $5^2 \times 2^9$ ⑤ $5^3 \times 2^9$

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 2) \\ x^2+ax+b & (x < 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분 가능할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

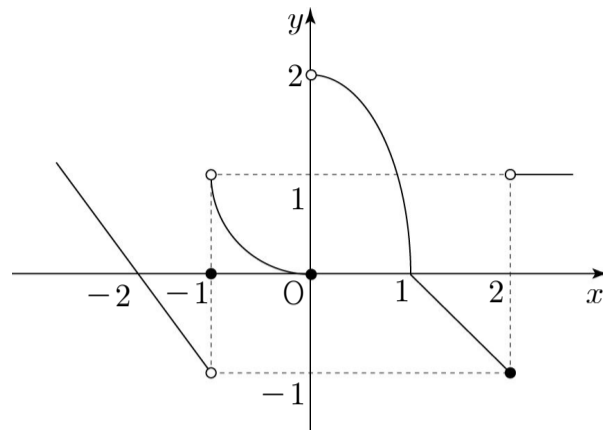
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수 $f(x) = \log_5 x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$$\int_1^{25} |f(x)| dx + \int_0^2 g(x) dx \text{ 의 값은? [3점]}$$

- ① 46 ② 47 ③ 48 ④ 49 ⑤ 50

10. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



열린 구간 $(-2, 2)$ 위의 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하지 않은 점의 개수를 a 라 할 때,

$$\lim_{x \rightarrow -a+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) + f(-1) \text{ 의 값은? [3점]}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[11 ~ 12] 성균관대학교 전자전기컴퓨터공학계열에 입학한

신입생들은 2학년이 되기 전 자기가 원하는 전공을 선택하여
배정되는데, 두 전공을 동시에 배정받을 수 없다. 이 계열의
2014학번 학생 수가 300명이라고 한다. 이 중 컴퓨터공학과에
전공진입을 원하는 남학생의 수가 51명이고, 전체 여학생의
64%가 전자전기공학부에 전공진입을 원한다고 한다.

전자전기공학부에 전공진입을 원하는 전체 인원이 240명일 때,
11번과 12번의 두 물음에 답하시오.

11. 전체 남학생 중 전자전기공학부에 전공진입을 원하는 학생의

수를 a 라 하자. 이차정사각행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix}^5$ 의 $(2, 2)$ 성분이 a 보다
크게 되는 자연수 n 의 최솟값은? (단, 휴학생과 자퇴생은
없다고 가정한다.) [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

12. 전자전기공학부로의 전공진입에 실패하게 되면

컴퓨터공학과로 강제 배정받는다. 전자전기공학부에 배정된
2014학번의 전공진입 가능 인원수가 180명이라고 할 때,
전자전기공학부에 최종적으로 전공진입을 하는 2014학번
여학생의 인원을 a 명이라 하자. a 의 기댓값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

13. 상대성 이론에서, 입자의 정지질량을 m_0 , 진공에서의 빛의 속도를 c 라 하면 속도 v 인 입자의 질량 m 은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{단, } m_0 \text{는 양의 상수이다.})$$

속도가 $\frac{1}{2}c$ 일 때 입자의 질량을 m_1 , 속도가 $\frac{1}{4}c$ 일 때 입자의 질량을 m_2 라 할 때, 로그방정식

$$(\log_3 x)^2 - \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 \log_3 x - 2 = 0 \text{의 두 근의 곱은? [3점]}$$

- ① $3^{\frac{3}{2}}$ ② $3^{\frac{4}{3}}$ ③ $3^{\frac{5}{4}}$ ④ $3^{\frac{6}{5}}$ ⑤ $3^{\frac{7}{6}}$

14. 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1 + \frac{1}{n}\right) - f\left(1 - \frac{1}{n}\right) \right\} = 2 \text{일 때, } a \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

15. $\int_{-3}^x f(t)dt = x^2 + ax - 3$ 일 때, $f(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 0$ 이고

$$\frac{a_{n+1}}{(2n+1)^2} = \frac{a_n}{(2n-1)^2} + \frac{1}{4n^2-1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 이

$$a_n = (2n-1)(n-1) \quad \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) $= a_1 = 0$, (우변) $= 1 \times 0 = 0$ 이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$a_k = (2k-1)(k-1) \text{이므로}$$

$$a_{k+1} = k(2k+1)$$

$$= \frac{1}{2} \boxed{\text{(가)}} - \frac{1}{2}(2k+1)$$

이고, 이를 정리하면

$$\frac{a_{k+1}}{(2k+1)^2} = \sum_{r=1}^k \frac{1}{(2r-1)(2r+1)} \text{이다.}$$

$$\boxed{\text{(나)}} \quad a_{k+1} = b_{k+1} \quad (k \geq 0, b_1 = 0) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

라 하면

$$b_{k+2} = b_{k+1} + \frac{1}{4(k+1)^2-1} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$\frac{a_{k+2}}{(2k+3)^2} = \frac{a_{k+1}}{(2k+1)^2} + \frac{1}{4(k+1)^2-1} \text{이다.}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = (2n-1)(n-1) \text{이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때, $f(2) \times g(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 16 ③ 25 ④ 36 ⑤ 49

17. 역행렬을 갖는 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A+2B=-2E, \quad A^2+A+E=O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, O 는 영행렬, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

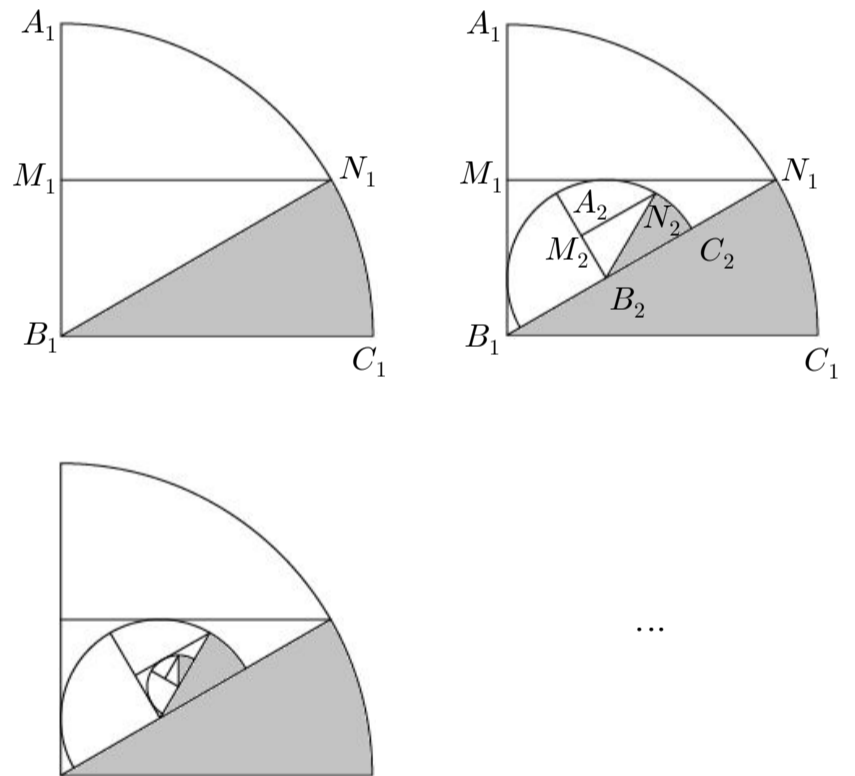
ㄱ. $AB=BA$

ㄴ. B^2 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $A^{-1}=A+E$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 선분 A_1B_1 의 중점을 M_1 이라 하자. 선분 B_1C_1 에 평행하고 점 M_1 을 지나는 직선을 그었을 때 호 A_1C_1 과 만나는 점을 N_1 이라 하자. 선분 B_1N_1 을 그은 뒤 생기는 부채꼴 $N_1B_1C_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자. 직각삼각형 $M_1B_1N_1$ 에 내접하는 반원을 그리고, 그 반원의 넓이를 이등분하도록 밑변에 수직인 선분을 그었을 때 그 선분과 반원의 호가 만나는 점을 A_2 , 수선의 발을 B_2 라 하자. 선분 A_2B_2 의 중점을 M_2 라 하자. 선분 B_2C_2 에 평행하고 점 M_2 를 지나는 직선을 그었을 때 호 A_2C_2 와 만나는 점을 N_2 라 하자. 선분 B_2N_2 를 그은 뒤 생기는 부채꼴 $N_2B_2C_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{32}{69}(3\sqrt{3}-2)$ ② $\frac{32}{69}(3\sqrt{3}+2)$ ③ $\frac{32}{23}(\sqrt{3}-1)$
 ④ $\frac{32}{23}(3\sqrt{3}-2)$ ⑤ $\frac{16}{23}(3\sqrt{3}+2)$

19. 2014년 1학기에 수강했던 성균관대학교의 전공과목인

논리회로의 기말고사 성적은 평균이 46점, 표준편차가 σ 인

정규분포를 따랐다고 한다. 이

전공과목을 수강한 학생들을

대상으로 225명을 임의추출하여

조사한 기말고사 성적의

표본평균을 \bar{X} 라 하자.

$P(41.2 \leq \bar{X} \leq 47.2) = 0.6687$ 일 때,

σ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 6 ② 9 ③ 18 ④ 27 ⑤ 36

20. $\log \frac{1}{x}$ 의 지표를 $f(x)$, $\log x^2$ 의 지표를 $g(x)$ 라 할 때

$|f(x)|=g(x)$ 가 되도록 하는 자연수 x 에 대하여

$\log x - [\log x]$ 가 최대가 되는 x 의 값을 a , $\log x$ 가 최대가

되는 x 의 값을 b 라 하자. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는

x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

- ① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

21. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) = -f(-x)$
 (나) $f(2) = 2$

함수 $y = |f(x)|$ 가 $y = 0$ 을 만족하는 점에서 미분 가능하지 않은 모든 x 의 개수를 n 이라 하자. $n = k$ ($k = 0, 1, 2, 3$)일 때, 좌표평면 위에서 함수 $y = |f(x)|$ 와 함수 $y = 2^{x-1}$ 이 만나는 점의 개수가 될 수 있는 것 중 가장 작은 수를 a_k 라 하자.

$\sum_{n=0}^3 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x+3)(6x-1)}{x^2-3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 6$ 에 대하여 $\log_3 f'(2)$ 의 값은?

[3점]

24. x, y 에 대한 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} k-2 & 4 \\ 1 & k-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y \\ 2x-3y \end{pmatrix}$ 가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 자연수 a, b, c, d 에 대하여 방정식 $9 \leq a^2 + b + c + d \leq 10$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 두 수 $3\sqrt{3}$ 과 $\frac{1}{27}$ 사이에 8개의 수를 넣어 만든 등비수열 $3\sqrt{3}, a_1, a_2, \dots, a_8, \frac{1}{27}$ 의 합을 $(1+\sqrt{3})\frac{b}{a}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & (0 \leq x \leq 1) \\ k(x-1) & (1 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

일 때, 평균을 m 이라 하자. $9m$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = -2, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = k$$

를 만족시키고, 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} x+5 & (x \leq 3) \\ 3-x & (x > 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 $x=3$ 에서 연속이라 할 때, $y = f(x)$ 에서 극값을 갖는 모든 x 의 합을 l 이라 하자. $12l$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 점 A_n 이 직선 $y = -\frac{3}{2}x+6$ 의 그래프 위의 점일 때, 점 A_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 A_1 의 좌표는 $(3, \frac{3}{2})$ 이다.
 (나) (1) 점 A_n 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 P_n 이라 한다.
 (2) 점 P_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 Q_n 이라 한다.
 (3) 점 Q_n 을 $x=2$ 에 대하여 대칭이동한 점을 R_n 이라 한다.
 (4) 점 R_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 직선 $y = -\frac{3}{2}x+6$ 와 만나는 점을 A_{n+1} 라 한다.

점 A_n 의 y 좌표를 y_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{y_n}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-f(-x) = f(x)$
 (나) $f(x+4) = f(x)$
 (다) $f(1) = 2, f'(-1) = 0$

좌표평면 위에서 $y=f(x)$ 와 $y=\log_9 x$ 가 만나는 점의 개수를 a , $y=|f(x)|$ 와 $y=\log x$ 가 만나는 점의 개수를 b 라 하자. $a+b$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.